UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC (UFABC) Engenharia de Informação Fábio César Galimberte Bozeda

Simulação de Sistemas de Comunicação Óptica empregando CO-OFDM.

Santo André, São Paulo 2019

Simulação de Sistemas de Comunicação Óptica empregando CO-OFDM.

Projeto de pesquisa apresentado à Universidade Federal do ABC como parte dos requisitos para aprovação no curso de Engenharia de Informação.

Orientador: Claudio José Bordin Junior

Santo André, São Paulo 2019

RESUMO

Este estudo tem por objetivo a análise de técnicas de modulação visando o aumento da eficiência e confiabilidade dos sistemas na comunicação por meio da fibra óptica. A motivação para tal projeto está no crescimento da demanda/necessidade de sistemas de comunicações mais velozes e confiáveis. Os canais ópticos apresentam limitações devido aos efeitos de atenuação e distorção a longas distâncias. O objetivo do projeto é a verificação da aplicabilidade de tais técnicas através de simulações numéricas, de modo a obter ganhos no desempenho de canal, diminuindo, assim, os recursos físicos necessários para se obter uma mesma taxa de erro de bit.

Palavras-chave: comunicação, modulação, fibra óptica, canal óptico, OFDM.

Área de Conhecimento do Projeto: Comunicações óticas, Sistemas de Comunicação, comunicação digital.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1	
2 OBJETIVO	16	
3 METODOLOGIA	16	
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	19	
5 TRABALHOS FUTUROS	23	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	24	
APÊNDICE	26	

1 INTRODUÇÃO

A - SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Apresentada a ideia no século XIX [2], foi apenas no final do XX, quase 1 século depois, que a utilização da fibra óptica como meio de transmissão pode ser de fato aplicada. A fibra óptica, termo adotado em 1950, é fisicamente constituída por 3 elementos, o núcleo ("core") o qual é composto por um fio de vidro especial ou polímero, a casca ("cladding") que é um material com índice de refração menor que o do núcleo e a capa protetora ("jacket") que tem por função proteger o interior de danos físicos e intempéries.

A diferença entre os índices de refração do núcleo e casca são responsáveis pela propagação do sinal na fibra.



Figura 1. Esquema de ilustração da seção transversal e índices de refração de um fibra. [2]

A aplicação das fibras ópticas para transmissão de dados se deu a partir do século passado, implicando grandes vantagens comparando com os demais métodos físicos convencionais como o par trançado e cabo coaxial. São elas:

- Banda Passante superior;
- Baixas perdas de transmissão;
- Imunidade ao ruído eletromagnético;
- Isolação elétrica;
- Dimensões e pesos reduzidos.

Apesar das vantagens, a fibra óptica também apresenta desvantagens, as quais inviabilizam a aplicação desta tecnologia para todo e qualquer sistema de transmissão, são elas:

- Fragilidade das fibras;
- Dificuldade de conexão entre fibras, gerando grandes perdas;
- Impossibilidade de alimentação remota de repetidores, uma vez que apenas luz é transmitida, cada repetidor deve possuir sua própria alimentação elétrica.

Tais desvantagens, aumentam o custo de implantação do sistema, fazendo com que seja mantida a utilização dos métodos tradicionais.

B - EFEITOS NO CANAL ÓPTICO

Dentre os efeitos que são aplicados sob o canal óptico, é importante ressaltar três. São eles: a dispersão cromática, a dispersão pelo modo de polarização e os efeitos não lineares da fibra. Esses três efeitos são os principais quando analisamos as dinâmicas da transmissão na fibra [3].

<u>Dispersão cromática</u> é a expansão da constante do modo de propagação ou parâmetro "número de onda", β , usando a série de Taylor:

$$\beta(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c} = \beta_0 + \beta_1 \Delta \omega + \frac{1}{2} \beta_2 \Delta \omega^2 + \frac{1}{6} \beta_3 \Delta \omega^3$$
(1)

onde ω é a frequência óptica angular, $n(\omega)$ é o índice refração da fibra dependente da

frequência. Os parâmetros $\beta_n = \left(\frac{d^n \beta}{d\omega^n}\right)_{\omega=\omega_0}$ possuem diferentes significados físicos como:

 $-\beta_0$ está envolvido com a velocidade de fase da portadora óptica que é definida como

$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta_0} = \frac{c}{n(\omega_0)}$$

 $-\beta_1$ determina a velocidade de grupo v_g que é relacionada com a constante modo de propagação β do modo guiado por:

$$v_{g} = \frac{1}{\beta_{1}} = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\bigg|_{\omega = \omega_{0}}\right)^{-1}$$
(2)

- β_2 é a derivada da velocidade de grupo com respeito à frequência. Com isso, é possível ver claramente a dependência da velocidade de grupo. Isso significa que, diferentes componentes de frequência de um pulso óptico viajam a diferentes velocidades, levando ao espalhamento do pulso conhecido como dispersão. β_2 é ainda conhecida como a dispersão da velocidade de grupo (GVD). A fibra é dita por exibir dispersão normal para $\beta_2>0$ e dispersão anormal para $\beta_2<0$. Um pulso tendo largura espectral $\Delta\omega$ é alargado por $\Delta T = \beta_2 L \Delta w$. Na prática, um fator mais comum utilizado para representar a dispersão cromática de uma fibra óptica monomodo é conhecido como *D* (ps/nm.km). O fator de dispersão é intimamente relacionado com o GVD β_2 e é dado por:

$$D = -\left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)\beta_2 \tag{3}$$

no comprimento de onda de operação λ ; onde β_3 definido como:

$$\beta_3 = \frac{d\beta_2}{d\omega}_{(4)}$$

contribui para o cálculo da inclinação de dispersão, $S(\lambda)$, o qual é um fator de dispersão essencial para transmissões de alta velocidade. $S(\lambda)$ pode ser obtido da derivada de alta ordem da constante de propagação como:

$$S = \frac{dD}{d\lambda} = \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)\beta_3 + \left(\frac{4\pi c}{\lambda^3}\right)\beta_2$$
(5)

Na figura abaixo é possível ver os valores típicos do fator de dispersão para diferentes tipos de fibras:



Figura 2. Valores típicos do fato de dispersão para diferentes tipos de fibras [3].

Um parâmetro bem conhecido para regular os efeitos da dispersão cromática que se impõe ao comprimento de transmissão de um sistema óptico é conhecido como o comprimento de dispersão L_D . Convencionalmente, o comprimento de dispersão L_D corresponde à distância após a qual um impulso foi alargado por um intervalo de bit. Para transmissão de longa distância de alta capacidade empregando modulação externa, o limite de dispersão pode ser estimado na seguinte equação:

$$L_{D} = \frac{10^{5}}{D.B^{2}}$$
(6)

onde *B* é a taxa de bit (Gb/s), *D* o fator de dispersão (ps/nm.km) e L_D está em km.

A equação acima fornece uma aproximação razoável da modelagem do pulso e do design do receptor óptico. Desta maneira, é possível notar que a dispersão cromática tornase uma das restrições mais críticas para os sistemas de transmissão ópticos modernos de alta capacidade e ultra longa distância.

A <u>dispersão de modo de polarização</u> (PMD) representa outro tipo de espalhamento do pulso, a figura abaixo ilustra o PMD:



Figura 3. Demonstração do atraso entre dois estados de polarização quando propagando luz na fibra óptica [3].

O PMD é causado pelo atraso do grupo diferencial (DGD) entre dois principais estados ortogonais de polarização (PSP) do campo óptico de propagação. Uma das causas intrínsecas da PMD é devido a assimetria do núcleo da fibra. As outras causas são derivadas das deformações na fibra, incluindo o estresse aplicado à fibra, o envelhecimento da fibra, a variação de temperatura sobre o tempo ou efeitos de fontes vibratórias. Esses processos são aleatórios resultando na dinâmica da PMD. A imperfeição do núcleo ou a deformação da fibra pode ser inerente ao processo de fabricação ou como resultado do estresse mecânico na fibra implantada, resultando em um aspecto dinâmico da PMD.

O atraso entre os dois pontos polarizados normalmente é insignificante em sistemas de transmissão ópticos de 10Gb/s. No entanto, em sistemas com alta taxa de bits para longas ou ultra-longas distâncias, o efeito PMD torna-se muito mais severo e degrada o desempenho do sistema. O valor da DGD varia ao longo da fibra seguindo um processo estocástico. Está provado que os valores de DGD estão em conformidade com uma distribuição Maxwelliana como mostrado na figura e equação abaixo:



Figura 4. Distribuição Maxwelliana normalizada de DGD [3].

$$f(\Delta \tau) = \frac{32(\Delta \tau)^2}{\pi^2 \langle \Delta \tau \rangle^3} \exp \left\{ -\frac{4(\Delta \tau)^2}{\pi \langle \Delta \tau \rangle^2} \right\}, \ \Delta \tau \ge 0$$
(7)

onde Δr é é o atraso do grupo diferencial sobre um segmento da fibra óptica. O valor médio de DGD (Δr) é normalmente denominado como "fibra PMD" e normalmente dado pelo fabricante da fibra.

Um limite estimado de transmissão devido ao efeito PMD é dado como:

$$L_{\rm max} = \frac{0.02}{\left\langle \Delta \tau \right\rangle^2 \cdot R^2} \tag{8}$$

~ ~

onde *R* é a taxa de transmissão de bit.

O índice de refração da fibra não depende apenas do comprimento de onda, mas também da intensidade da onda de luz. Este fenômeno bem conhecido, denominado efeito de Kerr, é normalmente referido como a <u>não linearidade da fibra</u>. A dependência de poder do índice de refração n_r é mostrada na seguinte expressão:

$$n_r = n_r + \overline{n}_2 (P / A_{\text{eff}})$$
⁽⁹⁾

em que *P* é a intensidade óptica média dentro da fibra, \bar{n}_2 coeficiente de não linearidade e *A* é a área efetiva da fibra.

Há diversos fenômenos não lineares induzidos dos efeitos de Kerr, porém normalmente o efeito intra-canal de modulação de auto-fase (SPM) é o considerado. Esse é o principal fator de degradação para sistemas de transmissão com alta taxa de bit onde o espectro do sinal é ampliado. O efeito do SPM normalmente é associado com o deslocamento

de fase não linear que é definida como:

$$\phi_{NL} = \int_{0}^{L} \gamma P(z) dz = \gamma L_{\text{eff}} P$$

$$\gamma = \omega_c \overline{n}_2 / (A_{\text{eff}} c)$$
(10)
(11)

$$L_{\rm eff} = (1 - e^{-\alpha L})/\alpha \tag{12}$$

onde ω_c é a frequência angular da portadora de ondas de luz, L_{eff} é o comprimento de transmissão efetivo e α o fator de atenuação de uma fibra de modo único padrão (SSMF). A variação temporal da fase não linear ϕ_{NL} enquanto os pulsos ópticos que se propagam ao longo da fibra resultam na geração de novos componentes espectrais longe da portadora de onda de luz ω implicando no deslocamento do espectro do sinal. O deslocamento espectral $\delta\omega$ é conhecido como chilrear de frequência pode ser explicado com base na dependência do tempo do deslocamento de fase não linear e é dado pela expressão:

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\gamma \frac{\partial P}{\partial T} L_{eff}$$
(13)

Da expressão acima, a quantidade de $\delta \omega$ é proporcional à derivada do tempo da potência *P* do sinal. Correspondentemente, a geração de novos componentes espectrais pode ocorrer principalmente nas bordas de subida e descida das formas de impulsos ópticos, isto é, a quantidade de "chirp" gerado é maior para uma maior inclinação das bordas de impulso.

C - MODELAMENTO DO CANAL ÓPTICO

O Canal Óptico muitas vezes é representado em modelos como canal com ruído AWGN. Por mais que simplifique os estudos e comparações do sistema, tal sistema não leva em consideração os desafios de implementação no mundo real como por exemplo os efeitos não lineares.

Por conta da característica física circulares das fibras, é possível expressar a equação de onda em coordenadas cilíndricas como abaixo:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0,$$
(14)

em que $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ e **E** é a transformada de Fourier do campo Elétrico *E*.

Aplicando a aproximação pela variação lenta da amplitude das equações de Maxwell, o sinal propagado por meio da fibra óptica pode ser descrito pela Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE) conforme abaixo [22]:

$$\frac{\partial A(z,\tau)}{\partial z} = -\frac{j}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A(z,\tau)}{\partial \tau^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,\tau)}{\partial \tau^3} + j\gamma |A(z,\tau)|^2 A(z,\tau) - \frac{\alpha}{2} A(z,\tau)$$
(15)

onde $j = \sqrt{-1}$, *z* é a distância medida ao longo da fibra, *r* é o tempo em um referencial inercial com velocidade igual a velocidade de fase do meio físico, A(z, r) é a variação lenta de amplitude do meio óptico, $\beta_2 e \beta_3 são$ os coeficiente de dispersão de segunda e terceira ordem respectivamente, α o coeficiente de atenuação e γ o coeficiente não linear da fibra

A NLSE é a que mais se aproxima da realidade, possuindo duas versões: a escalar, que não leva em consideração as variações da polarização ao longo da fibra, e a vetorial, que as considera.

Para resolver a NLSE, utiliza-se a técnica nomeada de *Split-Step Fourier Method* [2] que resolve a equação de forma aproximada, tratando a parte linear e a não linear da equação de forma separada, que será apresentado na sequência.

D - SPLIT-STEP FOURIER METHOD (SSFM)

O Split-Step Fourier Method (SSFM) é um método de análise matemática utilizado para resolver de maneira rápida equações não lineares parcialmente diferenciais, como é o caso da Equação Não-Linear de Schrödinger [2]. Neste método a parte linear e a não linear da equação são tratados separadamente, sendo a parte linear tratado no domínio da frequência, e a parte não linear no domínio do tempo como se pode ver abaixo:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \underbrace{\left(-\frac{\alpha}{2} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial T^3}\right)}_{\mathcal{D}}A + \underbrace{i\gamma\left(|A|^2 + iS\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial T}\left(A|A|^2\right) - T_R\frac{\partial|A|^2}{\partial T}\right)}_{\mathcal{N}}A,$$
(16)

Na equação acima temos *D* como a parte linear da equação, e *N* a parte não linear. Deste modo, temos:

$$\hat{D} = -\frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial T^3} - \frac{\alpha}{2}, \qquad (17)$$

$$\hat{N} = i\gamma \left(|A|^2 + \frac{i}{\omega_0}\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial T}(|A|^2A) - T_R\frac{\partial|A|^2}{\partial T}\right). \qquad (18)$$

No geral, a dispersão e não linearidade atuam juntos ao longo da fibra. O SSFM obtém uma solução aproximada a qual assume que a propagação no campo óptico por pequena

distância h, os efeitos podem ser considerados que atuam de maneira independente. De maneira mais clara, a propagação de z para z+h é realizada em 2 etapas conforme podemos ver na figura abaixo:



Figura 5. Ilustração esquemática do Split-Step Fourier Method [2].

Na primeira a não linearidade atua sozinha e D = 0. E na segunda etapa, dispersão atua sozinha e N = 0, sendo assim, matematicamente:

$$A(z+h,T) \approx \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z,T).$$
 (19)

O termo exponencial de *D* pode ser avaliado no domínio da Fourier, de modo que:

$$\exp(h\hat{D})B(z,T) = F_T^{-1}\exp[h\hat{D}(-i\omega)]F_TB(z,T),$$
(20)

onde F_T é a transformada de Fourier, $D(-i\omega)$ é obtido substituindo $\partial/\partial T$ por $-i\omega$, e ω é a frequência. O uso da Transformada de Fourier Rápida (FFT) torna a avaliação numérica relativamente rápida. Essa é a razão do SSFM ser mais rápido que os demais métodos.

Para estimar de maneira correta, uma solução formal da equação de A é dada por:

$$A(z+h,T) = \exp[h(\hat{D}+\hat{N})]A(z,T),$$
(21)

Se assumido que N é independente de z e, utilizando-se da fórmula de Baker-Hausdorff para dois operadores não comutantes (hD e hN), obtém-se

$$A(z+h,T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(\int_{z}^{z+h} \hat{N}(z') \, dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A(z,T).$$
(22)

Note que, a precisão do SSFM é aumentada adotando-se o processo de propagar o pulso óptico do segmento *z* para *z*+*h*. A maior diferença está que o efeito da não linearidade é incluído no meio dos segmentos ao invés das bordas. Devido à forma simétrica do operador exponencial, esse esquema é conhecido como SSFM simetrizado. A integral no meio da exponencial é útil para incluir a dependência de *z* no operador não linear *N*. Se o tamanho do passo *h* é pequeno suficiente, pode-se aproximar por exp(hN) como apresentado

anteriormente.

A precisão do SSFM pode ser elevada avaliando a integral de maneira mais detalhada do que por hN(z). Uma abordagem simples é aplicar a regra do trapézio e aproximar a integral para:

$$\int_{z}^{z+h} \hat{N}(z') \, dz' \approx \frac{h}{2} [\hat{N}(z) + \hat{N}(z+h)].$$
(23)

Entretanto, a implementação da acima não é simples porque N(z+h) é desconhecido no segmento médio localizado em z+h/2. É necessário seguir um procedimento iterativo que iniciado substituindo N(z+h) por N(z). A equação anterior é então usada para estimar A(z+h, T) que, por sua vez, é usada para calcular o novo valor de N(z+h). Embora o procedimento de iteração seja demorado, ele ainda pode reduzir o tempo total de computação se o tamanho da etapa *h* puder ser aumentado devido à precisão aprimorada do algoritmo numérico. Duas iterações são geralmente suficientes na prática [2].

A implementação do SSFM é relativamente simples. Conforme mostrado na Figura 5, o comprimento da fibra é dividido em um grande número de segmentos que não precisam ser espaçados igualmente. O pulso óptico é propagado de segmento para segmento usando a prescrição da equação do campo óptico A(z, T), mais especificamente, é primeiro propagado para uma distância h/2 com dispersão usando apenas o algoritmo FFT e exp(hD)B(z, T). No plano intermediário z+ h/2, o campo é multiplicado por um termo não linear que representa o efeito da não-linearidade em todo o comprimento do segmento h. Finalmente, o campo é propagado para a distância restante h/2 com dispersão apenas para obter A(z+h, T). De fato, presume-se que a não-linearidade esteja concentrada no plano médio de cada segmento (linhas tracejadas na Figura 5).

Na prática, o SSFM pode ser executado mais rapidamente [2], observando que a aplicação da equação A(z, T) sobre M etapas sucessivas resulta na seguinte expressão:

$$A(L,T) \approx e^{-\frac{1}{2}h\hat{D}} \left(\prod_{m=1}^{M} e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}}\right) e^{\frac{1}{2}h\hat{D}} A(0,T).$$
(24)

onde *L*=*Mh* é o comprimento total de fibra e a integral na equação foi aproximada com *hN*. Assim, com exceção dos primeiros e últimos passos dispersivos, todas as etapas intermediárias podem ser realizadas em todo o comprimento do segmento *h*. Esse recurso reduz aproximadamente o número necessário de FFTs por um fator de 2 e acelera o código numérico pelo mesmo fator. Note também que um algoritmo diferente é obtido se usarmos a equação exp(a)exp(b), apresentada anteriormente, com a = hN e b = hD. Nesse caso, a equação anterior é substituída por:

$$A(L,T) \approx e^{-\frac{1}{2}h\hat{N}} \left(\prod_{m=1}^{M} e^{h\hat{N}} e^{h\hat{D}}\right) e^{\frac{1}{2}h\hat{N}} A(0,T).$$
(25)

Ambos os algoritmos fornecem a mesma precisão e são fáceis de implementar na prática. Versões de ordem mais alta do SSFM podem ser usadas para melhorar a eficiência computacional. O uso de um tamanho de passo adaptativo ao longo do canal z ajuda a reduzir o tempo computacional para certos problemas [2].

E - RECEPTORES ÓPTICOS COERENTES

A detecção coerente foi amplamente estudada em 1980, devido à alta sensibilidade dos receptores. Neste esquema, os parâmetros de modulação poderiam ser em fase ou quadratura ou em amplitude e fase. O método de detecção heterodino ou homodino é sensível à fase portador e/ou polarização.

Considerando que o sinal óptico do transmissor é

$$E_s(t) = A_s(t) \exp(j\omega_s t),$$
(26)

onde $A_s(t)$ é a amplitude complexa e ω_s a frequência angular. De maneira similar, o campo elétrico preparado do oscilador local (LO) no receptor por ser escrito como

$$E_{LO}(t) = A_{LO} \exp(j\omega_{LO}t),$$
(27)

Sendo *A* a constante complexa e ω_{LO} a frequência angular do oscilador local. As amplitudes complexas A são relacionadas com a potência do sinal *P* tal que *P* = (|*A*|^2)/2

No receptor homódino de diversidade de fases a frequência angular do oscilador local é aproximada à frequência angular do sinal transmitida, e a fase não é fixada à fase do oscilador. Usando a híbrida óptica de 90°, que fornece uma diferença de fase de 90° entre ramificação do oscilador local, nós podemos obter quatro saídas (E_1 , E_2 , E_3 e E_4) das 2 entradas E_s e E_{LO} como:

$$E_{1} = \frac{1}{2}(E_{s} + E_{LO}),$$

$$E_{2} = \frac{1}{2}(E_{s} - E_{LO}),$$

$$E_{3} = \frac{1}{2}(E_{s} + jE_{LO}),$$

$$E_{4} = \frac{1}{2}(E_{s} - jE_{LO}).$$
(31)

As fotocorrentes de saída dos fotodetectores balanceados são dadas como:

$$I_{I}(t) = I_{1}(t) - I_{2}(t) = R\sqrt{P_{s}P_{LO}}\cos\{\theta_{sig}(t) - \theta_{LO}(t)\},$$
(32)

que estão em fase com as componentes do sinal e,

$$I_Q(t) = I_3(t) - I_4(t) = R\sqrt{P_s P_{LO}} \sin\{\theta_{sig}(t) - \theta_{LO}(t)\},$$
(33)

que estão em quadratura com as componentes do sinal. A fase do sinal é dada como

$$\theta_{sig}(t) = \theta_s(t) + \theta_{sn}(t) \tag{34}$$

onde $\theta_s(t)$ é a modulação de fase e $\theta_{sn}(t)$ o ruído de fase. Utilizando as duas equações apresentadas anteriormente das fotocorrentes é possível restaurar a amplitude complexa como

$$I(t) = I_I(t) + jI_Q(t) = R\sqrt{P_s(t) P_{LO}} \exp\{j(\theta_s(t) + \theta_n(t))\},$$
(34)

onde $\theta_n(t)$ é o ruído total de fase dado por $\theta_n(t) = \theta_{sn}(t) - \theta_{LO}(t)$, sendo a equação acima equivalente à amplitude complexa do sinal óptico com exceção do ruído de fase acrescido pelo oscilador local; desta maneira, omitindo constantes desnecessárias, podemos expressar a amplitude complexa restaurada como:

$$E(t) = \sqrt{P_s(t)} \exp\{j(\theta_s(t) + \theta_n(t))\}.$$
 (35)

Em adição, note que a amplitude complexa é obtida em banda base. Para se obter a modulação em fase, precisa-se forçar a condição de fase $\theta_n(t) = 0$, o que quer dizer que a fase do oscilador local segue a fase da portadora. Isso é satisfeito usando o ciclo óptico de fase no esquema coerente convencional, enquanto num esquema coerente digital é satisfeito por meio do processamento digital do sinal. A estimação do ruído de fase no processamento digital do sinal é o cerne do receptor digital coerente.

Assume-se que a polarização do sinal recebido esteja sempre alinhada com o oscilador local. Abaixo podemos ver uma figura que representa tal sistema do receptor



Figura 6. Representação de um receptor Coerente [24]

F - CO-OFDM

A modulação OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) é uma técnica de transmissão de multi-portadoras onde o fluxo de dados é carregado por várias sub-portadoras com taxas de transmissão menores. Na figura abaixo temos o histórico de desenvolvimento prático dos conceitos do OFDM e suas aplicações práticas no ponto de vista de sistemas de comunicação:



Figura 7. Representação no tempo da evolução do OFDM [23].

A primeira proposta do uso de frequências ortogonais para transmissão surgiu em uma patente de 1966 pelos laboratórios Chang of Bell. A proposta de gerar sinais ortogonais usando FFT veio em 1980. O prefixo/sufixo cíclico, o qual é um importante aspecto para aplicações práticas de OFDM foi proposto em 1980. Esses são os três principais aspectos que formam a bases de grande maioria dos sistemas OFDM.

Na figura a seguir é possível ver as funções básicas de um sistema OFDM:





O bloco IFFT é a componente mais importante do transmissor e o FFT do receptor, essas são as funções que diferenciam o OFDM dos sistemas de portadora única.

A entrada para o IFFT é o vetor complexo X, como mostrado na figura acima, o vetor tem comprimento N onde N é o tamanho do IFFT. Cada elemento de X representa o dado a ser transportado na subportadora correspondente. Normalmente a modulação QAM é utilizada no OFDM, desta maneira, cada elemento de X é um número complexo representando um ponto particular da constelação QAM. A saída do IFFT é o vetor complexo x conforme demonstrado anteriormente. Usando a definição de IFFT e FFT conforme abaixo:

$$x_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp\left(\frac{j2\pi km}{N}\right) \quad \text{for } 0 \le m \le N-1.$$

(36)

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \exp\left(\frac{-j2\pi km}{N}\right) \quad \text{for } 0 \le k \le N - 1.$$
(37)

Os sinais discretos de entrada e saída das transformadas de cada símbolo possuem o mesmo total de energia e potência média. Isso simplifica a análise das funções de OFDM. No receptor, a FFT efetua uma transformada a frente da amostra recebida do dado para cada símbolo:

$$Y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} y_m \exp\left(\frac{-j2\pi km}{N}\right) \quad \text{for } 0 \le k \le N-1$$
(38)

em que *y* é o vetor representando o sinal amostrado no domínio do tempo na entrada do receptor FFT e Y o vetor no domínio discreto da frequência na saída do FFT. Note que apenas N amostras são necessárias por símbolo OFDM (excluindo o prefixo/sufixo cíclico). Para entender a função do IFFT, primeiro considere o que poderia acontecer se não houvesse ruído ou distorção no canal ou no transmissor e receptor front-end, então porque o FFT e o IFFT formam pares, X = Y.

Se ruído branco (AWGN) é adicionado no sinal, mas o sinal não é distorcido então:

$$y_m = x_m + w_m \tag{39}$$

onde *w* é a amostra de ruído, substituindo na equação e rearranjando, temos:

$$Y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} y_m \exp\left(\frac{-j2\pi km}{N}\right)$$
$$= X_k + W_k$$
(40)

onde:

$$W_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} w_m \exp\left(\frac{-j2\pi km}{N}\right) \quad \text{for } 0 \le k \le N-1.$$
(41)

W é a componente ruído da k-ésima saído do receptor FFT. Mesmo que o ruído no domínio do tempo, *w*, não tenha uma distribuição Gaussiana, na maioria dos casos, por conta do teorema de limite central, o ruído no domínio da frequência *W* será Gaussiano. Isso, combinado com o uso da correção de erro em avanço (FEC), significa que normalmente o desempenho dos sistemas OFDM dependem da potência média de ruído, diferente dos sistemas ópticos convencionais onde os valores de pico de ruído são os fatores limitantes.

Na maioria dos sistemas OFDM, um prefixo é adicionado no começo no domínio do tempo de cada símbolo OFDM antes da transmissão. Em outras palavras, um número de amostras do fim do símbolo é anexado no começo do símbolo. Logo, invés de se transmitir:

$$\mathbf{x}(i) = [x_0(i) \ x_1(i) \ x_2(i) \ \cdots \ x_{N-1}(i)]^T \text{ a sequência} \\ \mathbf{x}_{CP}(i) = [x_{N-G}(i) \ \cdots \ x_{N-1}(i), x_0(i) \ \cdots \ x_{N-1}(i)]^T$$
(42)

é transmitida, onde G é o comprimento do prefixo cíclico. O mesmo processo pode ser feito utilizando-se sufixos cíclicos no final de cada símbolo transmitido. Apesar do Prefixo/Sufixo cíclico adicionar redundância, reduzindo a taxa de transmissão, ele pode ser utilizado para

eliminar interferência intersimbólica (ISI) e a interferência entre portadoras (ICI) do sinal recebido e é a chave para equalização simples no OFDM. A figura abaixo ilustra a utilização desta técnica:



Figura 9. Sequência de símbolos OFDM no domínio do tempo mostrando o prefixo e sufixo cíclico [Disponivel em: MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB, 2010].

Quando o prefixo/sufixo cíclico é utilizado, qualquer distorção causada por um canal de dispersão à distância pode ser corrigido simplesmente, adicionando-se um equalizador de um tap [25].

A modulação CO-OFDM, primeiramente proposto para combater a dispersão cromática, combina as vantagens da detecção coerente com a modulação OFDM, aplicando esta técnica na fibra é possível [1]:

- Estimar e eliminar efetivamente a dispersão cromática e a dispersão de polarização do sistema de transmissão;
- O espectro das subportadoras do OFDM são parcialmente sobrepostos, isso resulta em alta eficiência espectral óptica;
- Utilizando conversão up/down, a largura de banda elétrica necessária pode ser reduzida para o transceptor OFDM, o que é extremamente atrativo para projetos de circuitos de alta velocidade, onde a largura de banda do sinal dita o custo;
- O processamento do sinal do transceptor OFDM pode se beneficiar do algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT)/ Transformada Rápida Inversa de Fourier (IFFT) o que pode sugerir que o OFDM tem escalabilidade superior sobre a dispersão do canal e taxa de dados.

2 OBJETIVOS

Esse projeto tem por objetivo em primeiro lugar reproduzir as simulações apresentadas por W. Shieh, H. Bao e Y. Tang de um sistema de comunicação óptico coerente com OFDM e, em seguida, avaliar, de forma comparativa, os ganhos obtidos com e sem codificação de canal.

Com esses resultados será possível analisar também a aplicabilidade, e possíveis sugestões de melhorias destes sistemas de modo que seja possível obter:

-Maiores Taxas de Transmissão;

-Diminuição de erros;

-Redução dos custos de implantação e transmissão;

-Aumentar a qualidade dos sistemas;

-Aumento das distâncias de transmissão dos sinais ópticos sem a necessidade de repetidores ou aumento da potência de transmissão.

3 METODOLOGIA

A obtenção de resultados deu-se por intermédio de simulações cuja plataforma principal foi o MATLAB. Para sua realização é necessário o cumprimento das quatro etapas abaixo discriminadas:

-Determinação do sinal no transmissor, considerando a modulação e a codificação de canal escolhidas;

-Simulação do Canal Óptico;

-Determinação do sinal recebido no receptor após passar pelo canal de transmissão; -Decodificação, caso tenha sido usada codificação de canal.

Ao contrário da transmissão por condutores, o canal óptico precisa considerar os seguintes elementos: a dispersão cromática, o estágio múltiplo de elementos de alta birrefringência, os elementos de perda de polarização dependente, e por fim o amplificador óptico é introduzido por cima do ruído óptico.

O sistema como um todo pode ser esquematizado conforme imagem infra:



Figura 10. Sistemas Óptico com modulação OFDM [1]

O transmissor e o receptor óptico têm sua representação demonstrada abaixo:



S/P: Serial-to-parallel GI: Guard Time Insertion D/A: Digital-to-Analog (I)DFT: (Inverse) Discrete Fourier Transform LPF: Low Pass Filter BPF: Band Pass Filter

Figura 11. Representação esquemática do transmissor e receptor OFDM [1]

Assim foi implementado o código no MATLAB. No código, gera-se o sinal OFDM, em seguida este é aplicado no canal óptico. Passado o canal, realiza-se a demodulação do sinal no receptor verificando então a BER, para fins ilustrativos, estima-se a resposta ao impulso do sinal transmitido.

O código do sistema implementado pode ser analisado no apêndice deste trabalho, e está representado no diagrama abaixo:





Para a simulação do sistema foi utilizado os parâmetros de atenuação da Fibra Optica *SMF-28 Ultra Fiber* da Corning.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após implementação do código, realizaram-se testes com o intuito de verificar os efeitos do número de subportadoras OFDM, tempo de guarda e da potência transmitida na taxa média de erro de bit observada no receptor.

Nas simulações a seguir, considerou-se um enlace com 100km de fibra SMF28, com atenuação total aproximada de 15dB. O canal foi simulado utilizando a NLSE escalar aproximada através do *split-step Fourier method* com passos de 100m. O transmissor opera a uma taxa de símbolos de 10Gbaud, com modulação 8-DPSK (*differential phase shift keying*). Este esquema de modulação diferencial foi adotado por eliminar a necessidade de equalização no receptor. Supôs-se que o nível ruído no receptor é dominado pelo ruído térmico [23], com temperatura de ruído de 273K e figura de ruído de 10dB, do que resulta um piso de ruído (*noise floor*) de -64.24dBm, considerando-se a banda passante de 10GHz.

Para a determinação do tempo de guarda necessário, a resposta ao impulso do canal foi estimada através da correlação cruzada entre o sinal transmitido e o sinal recebido, sendo o resultado exibido na Figura 13. Como se pode observar, a resposta é *simétrica* em relação à origem, já que a simulação do canal pelo SSFM não recria o atraso que ocorreria na propagação por uma fibra óptica física; como os coeficientes da resposta ao impulso decaem significativamente após um intervalo de cerca de 50 amostras em ambas as direções, a duração adequada para o intervalo de guarda é de, no mínimo 100 amostras, utilizadas para a transmissão de um *prefixo* e um *sufixo* cíclico de durações *idênticas*.



Figura 13. Resposta ao impulso estimada para o canal óptico, em função do número de amostras.

Numa primeira simulação, na qual 128 símbolos OFDM foram transmitidos, utilizando 128 subportadoras, com potência transmitida de -6dBm, variando a duração do intervalo de guarda, obtiveram-se as taxas médias de erro de bit (BER) e taxas de erro de modulação (MER) listadas na tabela abaixo:

Duração do prefixo e do sufixo cíclico	BER (%)	MER
4	0.1220	1.0787
8	0.0910	0.9134
16	0.0364	0.4581
32	0.0003	0.1235
48	0.0000	0.1148
64	0	0.1150
96	0	0.1141

Tabela 1. Taxa média de erro de bit (BER) e de erro de modulação (MER) medida emfunção do intervalo de guarda, com 128 subportadoras OFDM, para uma potênciatransmitida de -6dBm.

Os dados da tabela mostram que, para prefixos e sufixos com durações maiores ou iguais a 64 amostras, não se observaram erros de bit. O erro modulação (MER), que mede a distância média entre o valor recebido e o símbolo transmitido, porém, tende a um valor estável para durações maiores que 48 amostras, uma vez que a mesma reflete também a contribuição do ruído aditivo e de distorções não-lineares, que não podem ser combatidas aumentando-se a duração do intervalo de guarda.

Mantendo a duração do prefixo e do sufixo em 64 amostras e variando-se o número de subportadoras, obtém o resultado mostrado na Tabela 2.

Número de subportadoras	BER (%)	MER
128	0	0.1143
256	0	0.1149
512	0	0.1137
1024	0	0.1140

Tabela 2. Taxa média de erro de bit (BER) e de erro de modulação (MER) medida emfunção do número de subportadoras, com prefixos e sufixos cíclicos com duração de 64amostras, para uma potência transmitida de -6dBm.

Como se pode observar na Tabela 2, ao se aumentar o número de subportadoras, não

há alteração significativa na BER e na MER. Como fixa a duração do intervalo de guarda, a taxa útil de dados transmitida por um sistema OFDM aumenta ao se aumentar o número de subportadoras, verifica-se que é vantajoso utilizar um número maior de subportadoras. Isto, porém, causa uma elevação da complexidade computacional do transmissor e do receptor, já que o cálculo de uma FFT de tamanho *N* requer $N \log_2(N)$ operações, e uma diminuição da robustez a eventuais variações temporais do canal de transmissão, que podem ocorrer em situações em que a dispersão por modos de polarização é relevante.

Num último teste, fixou-se o número de subportadoras em 512 e a duração do prefixo e do sufixo cíclico em 64 amostras, e variou-se a potência transmitida. Como se pode observar na Tabela 3, o desempenho do sistema em questão é dominado pelas distorções não-lineares geradas pela fibra para potências transmitidas maiores que 0dBm, e pelo ruído térmico no receptor, para potências menores que esse valor.

Potência Transmitida (dBm)	BER (%)	MER
-20	0.1069	0.6487
-16	0.0379	0.3620
-13	0.0086	0.2486
-10	0.0006	0.1771
-6	0	0.1145
-3	0	0.0965
0	0.0000	0.1260
3	0.0055	0.2301
6	0.0779	0.5353
10	0.3065	2.4535

Tabela 3. Taxa média de erro de bit (BER) e de erro de modulação (MER) medida emfunção da potência transmitida, utilizando 512 subportadoras com prefixos e sufixos cíclicoscom duração de 64 amostras.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste estudo, simulou-se um sistema de comunicação óptica coerente, tendo a propagação na fibra sido modelada através da Equação de Schrödinger Não-Linear (NLSE), empregando os parâmetros da fibra *SMF-28 Ultra Fiber* da Corning.

Variando-se os parâmetros do *Split-Step Fourier Method* (SSFM), utilizado para resolver a NLSE, verificou-se que os resultados gerados variam muito pouco para valores de passo *h* menores que 100m, o que é positivo, pois valores menores de passo implicam numa maior complexidade computacional. Além disso, verificou-se que aumentar a resolução temporal no SSFM através da sobreamostragem do sinal transmitido também não altera significativamente os resultados observados, ao menos para o conjunto considerado de parâmetros.

Como se pode observar através dos resultados das simulações, o uso da modulação OFDM permite combater as distorções provocadas pela fibra óptica, ao custo de uma diminuição da taxa útil de transmissão. Para uma configuração empregando 512 subportadoras e prefixos e sufixos cíclicos de 64 símbolos, por exemplo, em (64+64)/(64+64+512)=20% do tempo se transmitem sinais redundantes. Ressalte-se ainda que, para se atingirem taxas de erros de bit compatíveis com a transmissão de dados (e.g., 10⁻¹²), faz-se necessário o uso de codificação de canal, o que reduz ainda mais a taxa útil de dados.

Finalmente, cabe ressaltar que a configuração escolhida, com atenuação total de enlace de apenas 15dB, eliminou a necessidade da inclusão de amplificadores ao longo do percurso, o que tornaria as simulações mais complexas.

Propõe-se, como continuação deste trabalho, realizar simulações adicionais considerando 1) efeitos de polarização na fibra, que requerem a versão vetorial da NLSE para serem modelados apropriadamente, 2) enlaces mais longos, com o uso de amplificadores, 3) o uso de códigos LDPC para codificação do canal, ou ainda 4) comparação dos resultados obtidos com softwares comerciais que simulam fibras óticas (ex. OptiSystem, Optiwave, etc)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] SHIEH, W.; BAO, H.; TANG, Y. **Coherent optical OFDM: theory and design**. Melbourne: OSA, 2008. 19p

[2] AGRAWAL, Govind P.. Nonlinear Fiber Optics. 4. ed. Rochester: Academic Press, 2007.529 p.

[3] BINH, Le Nguyen. **Optical Fiber Communication Systems with MATLAB and Simulink Models**. 2. ed. Munique: Crc Press, 2015. 881 p.

[4] GHASSEMLOOY, Z.; POPOOLA, W.; RAJBHANDARI, S.. **Optical Wireless Communications: System and Channel Modelling with MATLAB**. Nova York: Crc Press, 2013. 557 p.

[5] LOCH, M. **Plastic optical fibers: properties and practical applications**. Darmstadt: SPIE, 2004.10 p.

[6] SMITH, Benjamin P.; KSCHISCHANG Frank R.. A Pragmatic Coded Modulation Scheme for High-Spectral-Efficiency Fiber-Optic Communications. Toronto: IEEE, 2012. 7 p.

[7] GALLEP, Cristiano M.; PORTUGHEIS, Jaime; BRAVO-ROGER, Leonardo L.. Modulação Codificada para Comunicações Ópticas. Brasília: XXX SBT, 2012. 4p

[8] LOWERY, Arthur James; ARMSTRONG, Jean. **10 Gbits/s multimode fiber link using power-efficient orthogonal-frequency-division multiplexing**. Clayton: OSA, 2005. 6p

[9] KAINO, Toshikuni. Absorption Losses of Low Loss Plastic Optical Fibers. Tokai: JJAP, 1985. 5p

 [10] RASHED, Ahmed Nabih Zaki. Transmission Characteristics and Performance Analysis of Silica doped and Plastic Optical Fibers in Optical Communication systems.
 Menouf: IJCEM, 2011. 15p

[11] DJORDJEVIC, Ivan B.; NEIFELD, Mark A. LDPC-Coded OFDM for Optical Communication Systems with Direct Detection. Arizona: IEEE, 2007. 9p

[12] ZHANG, Guoying; DE LEENHEER, Marc; MOREA, Annalisa; MUKHERJEE, Biswanath.

A Survey on OFDM-Based Elastic Core Optical Networking. Beijing: IEEE, 2013. 23p

[13] SIBLEY, M. Analysis of multiple pulse position modulation when operating over graded-index plastic optical fiber. Huddersfield: IEEE, 2004. 6p

[14] BATSHON, Hussam G.; DJORDJEVIC, Ivan; SCHIMIDT, Ted. **Ultra high speed optical transmission using subcarrier-multiplexed four-dimensional LDPC-coded modulation**. Arizona: OSA, 2010. 6p

[15] LIU, Tao; DJORDJEVIC, Ivan B. Multidimensional Optimal Signal Constellation Sets and Symbol Mappings for Block-Interleaved Coded-Modulation Enabling Ultrahigh-Speed Optical Transport. Arizona: IEEE, 2014. 15p [16] SHULKIND, Gal; NAZARATHY, Moshe. Estimating the Volterra series transfer function over coherent optical OFDM for efficient monitoring of the fiber channel nonlinearity. Haifa: OSA, 2012. 28p

[17] DJORDJEVIC, Ivan B; ARABACI, Murat; XU, Lei; WANG, Ting. Generalized OFDM (GOFDM) for ultra-high-speed optical transmission. Arizona: OSA, 2011. 11p

[18] ESSIAMBRE, René-Jean; KRAMER, Gerhard; WINZER, Peter J. **Capacity Limits of Optical Fiber Networks**. Holmdel: IEEE, 2010. 40p

[19] HANAN, Ali. Modeling and Simulation of High Speed Optical Fiber Communication System with OFDM. Wuhan: GSSRR, 2017. 82p

[20] CERTIK, Filip. Using MATLAB Tools for Simulation of the Optical Transmission Medium. Bratislava: UTB, 2014. 8p

[21] ROKA, Rastislav; CERTIK, Filip. Simulation and Analysis of the Signal Transmission in the Optical Transmission Medium. Bratislava: SIMULTECH, 2015. 12p

[22] SIDDAMAI, Saroja V.; BANAKAR, R.M.; JINAGA, B.C. Split Step Method in the Analysis and Modeling of Optical Fiber Communication System. India: ICAC3, 2011. 8p

[23] KIKUCHI, Kazuro. **Digital coherent optical communication systems: fundamentals and future prospects**. Tokyo: IEICE Electronics Express, 2011. 21p

[24] ALOFF, Nabih M. A. **Coherent OFDM for Optical Communication systems**. Gaza: The Islamic University, 2014. 78p

[25] ARMSTRONG, Jean. OFDM for Optical Communications. Edinburgh: IEEE, 2009. 16p

APÊNDICE

Simulação do Sistema

clear all close all

rand('state',sum(100*clock))
randn('state',sum(100*clock))

% PARAMETROS DA SIMULACAO %tempo de amostragem dt=.5/(100e9/3); % numero de simbolos OFDM transmitidos N=10; % numero de portadoras B=2048; % tempo de guarda G=64: % "noise floor" do receptor (em dBm) Np=-100; z=1e5;%comprimento da fibra (metros) h=10;%passo do algoritmo (metros) % % Parametros da fibra (extraÃ-dos do paper sobre "split-step fourier method") % Po=-16; %input pwr in dBm % SMF-28 Ultra Fiber alpha=0.18;%dB/km % Different Optical Fiber Nonlinear Coefficient gamma=0.0078; % High-precision group-delay dispersion measurements % of optical fibers via fingerprint-spectral % wavelength-to-time mapping % Vol. 4, No. 1 / February 2016 / Photon. Res b2=-21.2e-27;%(sÂ²/m)

% TRANSMISSOR

% 8-DPSK

```
tx_bits = randi([0 1],B,3*N);
```

dpsk_mod = comm.DPSKModulator(8,pi/8,'BitInput',true);

%

```
tx_symb = zeros(B,N);
```

for indx=1:B

```
tx_symb(indx,:)=dpsk_mod(tx_bits(indx,:).').';
```

dpsk_mod.release;

end

```
% Modulacao OFDM
s=ifft(tx_symb)*sqrt(B);
```

```
% adiciona prefixo ciclico
s=[s(end-G+1:end,:);s];
```

```
% sinal transmitido
signal_power=(1e-3)*10^(Po/10);
s=s(:)*sqrt(signal_power);
```

noise_power=(1e-3)*10^(Np/10);

z=z+sqrt(.5*noise_power)*(randn(size(z))+1i*randn(size(z)));

% joga fora o sinal recebido durante a transmissao do prefixo ciclico

y=reshape(z,B+G,N);

```
y=y(G+1:end,:);
```

```
r=fft(y);%/sqrt(B);
%
% 8-DPSK
rx_bits = zeros(B,3*N);
dpsk_demod = comm.DPSKDemodulator(8,pi/8,'BitOutput',true);
%
```

```
for indx=1:B
    rx_bits(indx,:)=dpsk_demod(r(indx,:).').';
    dpsk_demod.release;
end
```

```
% Calculo da BER
comp=(tx_bits(:,4:end)~=rx_bits(:,4:end));
ber=sum(comp(:))/length(comp(:))
```

```
% Resposta ao impulso (aproximada) do canal)
xc=xcorr(s,z,2*G,'unbiased');
stem(abs(xc(2*G+1:end)));
title('Resposta ao impulso aproximada do canal')
xlabel(['Lag (prefixo ciclico =' num2str(G) ')'])
```

SSFM

```
function f=ssfm(u,z,h,dt,alpha,gamma,b2) %
```

```
% function f=ssfm(u,z,h,dt)
```

```
%
```

% f: sinal de saÃ-da

- % u: sinal de entrada
- % z: comprimento do fibra (metros)
- % h: passo do método split-step Fourier (metros)
- % dt: tempo de amostragem (s)
- % alpha: Fiber loss value in dB/km (Single mode fiber in 1550nm)
- % gamma: fiber non linearity in /W/m
- % b2: 2nd order disp. (s2/m)

```
%
```

```
alph=(1e-3)*alpha/(10*log10(exp(1)));
```

```
L=length(u);
dw=2*pi/(L*dt);
w=(-L/2:1:L/2-1)'*dw;
w=fftshift(w);
```

```
%------

spectrum=fft(u(:));

for ln=1:floor(z/h)

spectrum=spectrum.*exp(-alph*(h)+1i*b2/2*w.^2*(h));

f=ifft(spectrum);

f=f.*exp(1i*gamma*((abs(f)).^2)*(h));

spectrum=fft(f);

end
```

%-----

return